

Examen de DEFINITIVAT
Proba de specialitate: MATEMATICĂ
Sesiunea August 2008

(2 p) **I.** Se consideră polinoamele $f, g \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^4 - aX^3 + 3X^2 - 3X + b$,
 $g = X^4 - 3X^3 + 4X^2 - 6X + 4$.

(0.5 p) a) Aflați $a, b \in \mathbb{R}$ astfel ca f să fie divizibil cu $X^2 + 1$.

(0.5 p) b) Rezolvați în \mathbb{C} ecuația algebrică $g(x) = 0$.

(1 p) c) Pentru $a = 3, b = 2$, aflați cel mai mare divizor comun al polinoamelor f și g .

(2 p) **II.** Fie $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2+2x+3} dx$, $n \in \mathbb{N}^*$.

(0.5 p) a) Calculați I_2 și I_3 .

(0.5 p) b) Să se arate că $I_{n+2} + 2I_{n+1} + 3I_n = \frac{1}{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

(1 p) c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} (nI_n)$.

(2 p) **III.** Fie O un punct fixat în planul euclidian și $\alpha \in \mathbb{R}$.

(0.5 p) a) Definiți rotația de unghi α și centru O . Interpretare în \mathbb{C} .

(0.5 p) b) Să se arate că mulțimea rotațiilor de centru O formează grup în raport cu operația de compunere.

(1 p) c) În exteriorul patrulaterului convex $ABCD$, se construiesc pătratele $AEFB$, $BGHC$, $CIJD$, $DKLA$, de centre O_1, O_2, O_3 și, respectiv, O_4 . Arătați că $O_1O_3 \perp O_2O_4$.

(3 p) **IV.** Prezentați aspectele științifice și metodice ale lecției: "Șiruri. Convergență. Proprietăți ale șirurilor convergente".

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru: 3 ore.

Comisia de examinare:

Prof. univ. dr. Mirela Ștefănescu (președinte)

Lector univ. dr. Laurențiu Homentcovschi

Barem de corectare
Examen de DEFINITIVAT
Proba de specialitate: MATEMATICĂ
Sesiunea August 2008

I.

- a) $a = 3, b = 2$0,50 p
b) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = i\sqrt{2}, x_4 = -i\sqrt{2}$0,50 p
c) $(f, g) = X^2 - 3X + 2$1 p

II.

- a) Calculul lui I_20,25 p
 Calculul lui I_30,25 p
b) Demonstrația egalității.....0,50 p
c) Calculul $\lim_{n \rightarrow \infty} (nI_n)$1 p

III.

- a) Definiția rotației + interpretare.....0,50 p
b) Structura de grup.....0,50 p
c) Rezolvarea problemei (se aplică rotații).....1 p

IV.

- Definiții: Șir, Convergență.....0,50 p
- Proprietăți ale șirurilor convergente.....0,50 p
- Exemple.....0,50 p
- Aspecte metodice.....1,50 p

Din Oficiu.....1 p

Total.....**10 p.**

Comisia de examinare:

Prof. univ. dr. Mirela Ștefănescu (președinte)

Lector univ. dr. Laurențiu Homentcovschi