UNIVERSITATEA OVIDIUS CONSTANŢA
Departamentul de Perfecţionare a Personalului Didactic
SPECIALIZAREA MATEMATICĂ (PROFESORI I)
VARIANTA II 29 August 2006

Probă de concurs pentru obţinerea gradului didactic II în învăţământ

I. (a) Se consideră polinomul $f = X^3 - 2 \in \mathbb{Q}[X]$. Arătaţi că f este ireductibil peste $\mathbb{Q}$.
(b) Fie $g = a + bX + cX^2$ un polinom cu coeficienţi raţionali. Demonstraţi că dacă $g(\sqrt[3]{2}) = 0$, atunci $g = 0$.
(c) Demonstraţi că numărul $x = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}$ este iraţional.
(d) Determinaţi un polinom nenul cu coeficienţi raţionali care are ca rădăcină pe x.
II. (a) Calculaţi $\int_0^1 \ln(1+x)dx$.
(b) Demonstraţi inegalităţile:

$$\frac{\sum_{k=1}^n \ln(1+\frac{k}{n})}{\sqrt{n^2+n}} \leq \sum_{k=1}^n \frac{\ln(1+\frac{k}{n})}{\sqrt{n^2+k}} \leq \frac{\sum_{k=1}^n \ln(1+\frac{k}{n})}{\sqrt{n^2+1}},$$

pentru orice număr natural $n \geq 1$.
(c) Calculaţi

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^n \frac{\ln(1+\frac{k}{n})}{\sqrt{n^2+k}}.$$

III. (a) Se consideră triunghiul ABC de afixe z_A, z_B, z_C. Care este afixul centrului de greutate al triunghiului ABC?
(b) Se consideră patrulaterul inscriptibil $ABCD$ şi se notează cu G_A, G_B, G_C, G_D centrele de greutate ale triunghiurilor BCD, ACD, ABD şi, respectiv, ABC. Să se arate că patrulaterul $G_AG_BG_CG_D$ este inscriptibil.
IV. Proiectaţi lecţia cu tema *Relaţiile lui Viète* având în vedere identificarea clară a obiectivelor şi a conţinuturilor lecţiei şi urmărind planul:

- Teorema lui Viète pentru relaţiile între rădăcinile şi coeficienţii unui polinom cu coeficienţi în $\mathbb{C}$.
- Cazuri particulare uzuale: relaţiile lui Viète pentru polinomele de grad $2, 3, 4$.
- Prezentaţi trei probleme reprezentative pentru tema propusă.

Timp de lucru: 3 ore. Toate subiectele sunt obligatorii