

**Probă de concurs pentru Definitivarea în învățământ
Specializarea Matematică**

I. 1. Definiți noțiunea de corp; exemple.

2. Stabiliți elementele inversabile din (\mathbf{Z}_n, \cdot) unde " \cdot " este înmulțirea claselor de resturi modulo n .

3. Studiați corpul claselor de resturi modulo p , unde p este un număr prim.

II. 1. Care dintre următoarele propoziții referitoare la șirurile de numere reale sunt adevărate?

- a) Orice șir monoton este convergent.
- b) Orice șir convergent este mărginit.
- c) Orice șir mărginit este convergent.
- d) Orice șir monoton este mărginit.
- e) Orice șir convergent este monoton.
- f) Orice șir monoton și mărginit este convergent.

2. Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{1}{n^3}} + \sqrt{\frac{2}{n^3}} + \dots + \sqrt{\frac{n}{n^3}} \right)$.

3. Enunțați și demonstrați teorema creșterilor finite a lui Lagrange.

III. 1a. Fie două cercuri secante de centre O_1, O_2 cu punctele de intersecție A și B . Se construiesc punctele A_1 și A_2 , simetricele lui A față de O_1 și respectiv O_2 . Să se demonstreze că punctele A_1, B, A_2 sunt coliniare.

1b. Se construiesc B_1 și B_2 simetricele lui B față de O_1 și respectiv O_2 . Să se demonstreze că $A_1 B_1 B_2 A_2$ este dreptunghi.

2. Se consideră în plan punctul P de coordonate $(4,1)$. Aflați :

2.1. Coordonatele punctului obținut prin rotația punctului P în sens trigonometric cu 60° .

2.2. Coordonatele punctului obținut prin rotația punctului P în sens invers trigonometric cu 90° .

Președinte :

Notă : Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 3 ore.