UNIVERSITATEA “OVIDIUS” CONSTANȚA
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ 29.08.2005

VARIANTA 3

Examen pentru obținerea gradului didactic II în învățământ
Proba de MATEMATICĂ – Profesori I

I.
1. Definiți noțiunea de grup finit. Exemple.
2. Definiți noțiunea de subgrup al unui grup.
3. Definiți noțiunea de clasă de echivalență a unui element relativ la un subgrup.
4. Enunțați teorema lui Lagrange.
5. Demonstrați teorema lui Lagrange.
6. Dați un exemplu de aplicație a teoremei lui Lagrange.

II. Să se determine mulțimea punctelor de continuitate ale funcțiilor:

1. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases} x^3+x^2-1, & pentru\ x\in\mathbb{Q}, \\ x^2, & pentru\ x\notin\mathbb{Q}. \end{cases}$

2. $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ g(x)=\begin{cases} x^3+x^2-1, & pentru\ x<1, \\ x^2+a, & pentru\ x\geq 1. \end{cases}$

III. Fie cercurile *C_1 (O_1, r_1)* şi *C_2 (O_2, r_2)* secante în *A* şi *B*. O secantă variabilă trecând prin *A* taie *C_1* în *M* şi *C_2* în *N*. Se cere:
1. Să se arate că $m(\sphericalangle MBN)$ este constantă.
2. Fie $P\in C_1$ şi $\mathrm{Q}\in \mathrm{C}_2$ aflate pe o secantă ce trece prin *B* astfel încât $PQ \parallel MN$. Să se demonstreze că *MNQP* este paralelogram.
3. Să se determine poziția secantei *MN* astfel încât distanța *MN* să fie maximă.

IV. Calculați sumele de combinări:
1. $C_n^0+C_n^1+C_n^2+\ldots+C_n^n$.
2. $C_n^0+C_n^2+C_n^4+\ldots$
3. $C_n^0+C_n^4+C_n^8+\ldots$

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timp de lucru: 3 ore.