UNIVERSITATEA OVIDIUS CONSTANȚA
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ
SPECIALIZAREA MATEMATICĂ (PROFESORI I)

23 august 2004
(VARIANTA IV)

EXAMEN DE DEFINITIVAT

I.

a) Să se arate că $-1 \leq \frac{2x}{1+x^2} \leq 1$, $\forall x \in R$.

b) Calculați derivata funcției $f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$ pe domeniul maxim de definiție.

c) Stabiliți punctele de extrem local şi punctele de inflexiune ale funcției anterioare.

d) Trasați graficul funcției f.

II.

a) Arătați că egalitatea $a + b\sqrt[3]{2} + c\sqrt[3]{4} = 0$ cu $a, b, c \in Q$ are loc dacă şi numai dacă $a = b = c = 0$.

b) Mulțimea $\{a + b\sqrt[3]{2} + c\sqrt[3]{4} \mid a, b, c \in Q\}$ se poate înzestra cu o structură de spațiu vectorial de dimensiune trei peste corpul numerelor raționale.

III.

a) Fie triunghiul ascuțit unghic ABC şi cercul său circumscris $\mathcal{C}$. Să se arate că proiecțiile unui punct $M \in \mathcal{C}$ pe laturile triunghiului ABC sunt coliniare.

b) Determinați măsura unghiului dintre dreapta anterioară, notată d_M, şi dreapta AC în funcție de arcul $\overset{\frown}{BM}$.

c) Arătați că unghiul dintre două drepte d_M şi $d_{M'}$ cu M şi $M' \in \mathcal{C}$ este de măsură $\frac{\overset{\frown}{MM'}}{2}$.

IV. Concurența mediatoarelor şi înălțimilor într-un triunghi (tratare metodică).

V. Funcții continue pe intervale.

<u>Notă:</u>
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru: 3 ore.