

**Proiect CNCSIS PN II-RU PD 23/06.08.2010, code PD-305**

**Titlul proiectului: Aspecte omologice și combinatoriale în studiul idealelor monomiale**

**Tip: Proiect de cercetare postdoctorală-tip PD**

**Arie tematică: Științe exacte - matematică**

**Coordonator: Universitatea Ovidius Constanța**

**Director proiect: Dr. Anda-Georgiana Olteanu**

## **I. Scurtă prezentare a proiectului**

Abordând o temă de cercetare actuală, proiectul are ca scop dezvoltarea și elaborarea de metode noi pentru studiul idealelor monomiale. Aflate la granița dintre algebra comutativă și cea combinatorială, studiul lor poate fi făcut folosind tehnici din ambele domenii. Există exemple care demonstrează că puterile unui ideal nu păstrează proprietățile omologice și invarianții idealului. În ceea ce privește rezoluția, s-au formulat condiții necesare pentru ca puterile idealelor monomiale cu rezoluție liniară să aibă rezoluție liniară. Unul dintre obiectivele principale ale proiectului este formularea unor condiții pentru caracterizarea liniarității rezoluției pentru puterile unor ideale monomiale.

Algebra combinatorială este strâns legată de idealele monomiale libere de pătrate care reprezintă punctul de vedere algebric în studiul complexelor simpliciale. Una dintre cele mai eficiente metode de studiu este dualitatea Alexander. Un caz particular de complexe simpliciale cu aplicații în multe alte domenii, îl constituie grafurile. Pot fi considerate diverse clase de grafuri, unele fiind definite ținând cont de structura combinatorială a acestora (arbori, păduri, grafuri bipartite, grafuri cordale), iar altele rezultând din proprietățile algebrice pe care le au idealele muchie asociate lor (grafuri Cohen–Macaulay, secvențial Cohen–Macaulay etc.). Lucrările apărute în acest domeniu au în vedere legăturile existente între cele două tipuri de clasificări. Un concept important în teoria grafurilor este acela de acoperire cu vârfuri. Acestea sunt importante atât din punct de vedere combinatorial, cât și algebric, deoarece idealele prime minimale asociate idealului muchie corespund chiar acoperirilor minimale cu vârfuri. Extinderea noțiunii de acoperire cu vârfuri la complexe simpliciale și hipergrafuri a condus la obținerea de noi legături cu algebra comutativă, în special cu puterile idealelor și, în aceasta, direcție se îndreaptă un alt obiectiv important al proiectului.

## **II. Rezultate științifice publicate/acceptate/trimise spre publicare în anul 2010**

[1] V. Ene, A. Olteanu, *Powers of lexsegment ideals with linear resolution*, va apărea în Illinois Journal of Mathematics.

Abstract: Toate puterile idealelor lexsegment cu rezoluție liniară (echivalent, cu câaturi liniare) au câaturi liniare relativ la anumite ordonări ale generatorilor minimali monomiali. Pentru o clasă largă de ideale lexsegment algebra Rees corespunzătoare are o bază Gröbner pătratică și, prin urmare, este Koszul. De asemenea, determinăm alte clase de ideale monomiale cu câaturi liniare ale căror puteri au,

de asemenea, câaturi liniare.

[2] A. Olteanu, *Normally torsion-free lexsegment ideals*, va apărea în Algebra Colloquium.

Abstract: Caracterizăm toate idealele lexsegment care sunt normale fără torsiune. Astfel, se determină o clasă de ideale monomiale normale fără torsiune care nu sunt libere de pătrate. Demonstrăm că proprietatea idealului lexsegment de a fi normal fără torsiune depinde numai de capetele lexsegmentului. De asemenea, pentru idealele lexsegment, proprietatea de a fi normal fără torsiune este echivalentă cu proprietatea funcției depth a puterilor de a fi constantă.

### III. Rezultate științifice publicate/acceptate/trimise spre publicare în anul 2011

[1] A. Olteanu, *Monomial cut ideals*, va apărea în Communications in Algebra.

Abstract: B. Sturmfels și S. Sullivant au asociat oricărui graf un ideal toric, numit idealul de tăietură. Am considerat idealele monomiale de tăietură și am demonstrat că proprietățile algebrice precum descompunerea primară minimală, proprietatea de a avea rezoluție liniară sau de a fi Cohen–Macaulay pot fi deduse din structura combinatorială a grafului.

[2] V. Micale, A. Olteanu, *On the Betti numbers of some semigroup rings*, Le Matematiche **67**(1), 2012, 145–159.

Abstract: Pentru orice semigrup numeric  $S$ , există o infinitate de semigrupuri numerice simetrice  $T$  astfel încât  $S = \frac{T}{2}$  este jumătatea lor. Studiem numerele Betti ale inelelor semigrupale  $K[T]$  pentru cazul în care  $S = \frac{T}{2}$  este un semigrup numeric 3-generat sau telescopic. De asemenea, considerăm semigrupurile simetrice cu 4 generatori și semigrupurile numerice 4-ireductibile.

### IV. Rezultate științifice publicate/acceptate/trimise spre publicare în anul 2012

[1] A. Olteanu, *On the minimal graded free resolution of powers of lexsegment ideals*, arXiv 1206.6731, trimis spre publicare.

Abstract: Considerăm puterile idealelor lexsegment cu rezoluție liniară (echivalent, cu câaturi liniare) care nu sunt ideale lexsegment complete. Pentru acestea, rezoluția liberă minimală graduată este complet descrisă.