

Titlul proiectului: Aspecte combinatoriale în studiul grupurilor Coxeter
Tip: Proiect de cercetare pentru tinerii doctoranzi
Arie tematică: Științe exacte - matematică
Coordonator: Universitatea Ovidius Constanța
Director proiect: Drd. Anda-Georgiana Olteanu

Descriere succintă a proiectului de cercetare

În teoria grupurilor se distinge o clasă importantă și anume grupurile Coxeter. Construite inițial ca grupuri generate de involuții, ele și-au făcut loc în diferite domenii ale algebrei. Proprietăți importante ale grupurilor Coxeter reies din studiul lor din punct de vedere combinatorial. Astfel, devin importante noțiuni precum lungimea și expresia redusă a unui element, relații de ordine parțiale definite pe mulțimea elementelor grupului, subgrupuri și subgrupuri parabolice ale unui grup Coxeter etc. Cu ajutorul acestor noțiuni pot fi construite complexe simpliciale precum complexe Coxeter și complexul subcuvintelor. Introduse de A. Knutson și E. Miller în "*Groebner geometry of Schubert polynomials*" (2005, ultima versiune), în scopul studiului combinatorial al idealelor determinanțale și al polinoamelor Schubert, complexe subcuvintelor se dovedesc extrem de utile și în studiul grupurilor Coxeter, cu deosebire în ceea ce privește expresiile reduse ("*Subword complexes in Coxeter groups*" al lui A. Knutson și E. Miller (2003)).

Conform teoremei Eagon-Reiner, un complex simplicial este Cohen-Macaulay dacă și numai dacă idealul Stanley-Reisner asociat dualului Alexander are rezoluție liniară. De asemenea, un complex simplicial pur este shellable dacă și numai dacă idealul Stanley-Reisner corespunzător dualului Alexander are câaturi liniare. Este interesant de determinat idealul Stanley-Reisner corespunzător dualului Alexander asociat unui complex constructibil, precum și unui complex vertex-decomposable. De asemenea, pot fi studiate proprietățile și invarianții algebrici ai acestor ideale precum și modul în care pot fi ele generalizate ca ideale monomiale sau chiar polinomiale.

În concluzie, ne propunem următoarele obiective științifice:

- Studiul unor invarianți ai idealelor monomiale libere de pătrate asociate complexelor subcuvintelor.
- Clase de complexe simpliciale via dualitate Alexander.

Cercetare sprijinită financiar în perioada 2007 – 2008

• A. Olteanu, *Constructible ideals*, preprint arXiv:0711.1769, lucrare acceptată spre publicare la Communications in Algebra.

Abstract. Based on the study of simplicial complexes, one may naturally define the constructible monomial ideals. We connect the square-free constructible ideal with the Stanley-Reisner ideal of the Alexander dual associated to a constructible

simplicial complex. We give some properties of constructible ideals and we compute the Betti numbers. We prove that all monomial ideals with linear quotients are constructible ideals. We also show that all constructible ideals have a linear resolution.

- V. Ene, A. Olteanu, L. Sorrenti, *Properties of lexsegment ideals*, preprint arXiv:0802.1279, trimis spre publicare.

Abstract. We show that any lexsegment ideal with a linear resolution has linear quotients with respect to a suitable ordering of its minimal monomial generators. For completely lexsegment ideals with a linear resolution we show that the decomposition function is regular. For arbitrary lexsegment ideals we compute the depth and the dimension. As application we characterize the Cohen-Macaulay lexsegment ideals.

- A. Olteanu, *A note on the subword complexes in Coxeter groups*, preprint 2008. Lucrarea a fost susținută la Exploratory Workshop on Combinatorial Commutative Algebra and Computer Algebra desfășurată la Mangalia în perioada 29 - 31 mai 2008 și va apare în proceedings-ul conferinței.

Abstract. We prove that the Stanley–Reisner ideal of the Alexander dual of the subword complexes in Coxeter groups has linear quotients with respect to the lexicographical order of the minimal monomial generators. As a consequence, we obtain a shelling order on the facets of the subword complex. We relate some invariants of the subword complexes or of their dual with invariants of the word. For a particular class of subword complexes, we prove that the Stanley–Reisner ring is a complete intersection ring.

- A. Olteanu, *Classes of monomial ideals*, teză de doctorat, arXiv:0807.1675.

Abstract. In this thesis, we focus on the study of some classes of monomial ideals, namely lexsegment ideals and monomial ideals with linear quotients. We define a new class of monomial ideals which, in the square-free case, is related to pure constructible simplicial complexes.