FACULTATEA DE MATEMATICA SI INFORMATICA
EXAMEN DE ADMITERE, SESIUNEA SEPTEMBRIE 1999
DOMENIU DE LICENTA: COLEGIU TEHNOLOGIE INFORMATICA

PROBA: ANALIZA MATEMATICA

I. Sa se calculeze
a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt{2n-1}-\sqrt[3]{3n-2}}{n-1}$.
b) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{C_n^k}{n^k}$, unde $k \in \mathbb{N}$.
c) $\lim\limits_{n\to\infty} (1+a)(1+a^2)(1+a^4)...(1+a^{2^n})$, unde $a \in (-1,1)$.
II. Fie $m, n \in \mathbb{R}$ si functia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} xe^x, & daca\ x \leq 1 \\ mx+n, & daca\ x > 1 \end{cases}$.
a) Sa se calculeze $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.
b) Sa se determine m si n astfel incat functia f sa fie derivabila pe $\mathbb{R}$.
c) Sa se calculeze $\int_0^1 xf(x)dx$.
III. Fie sirul $(x_n)_{n\geq1}$ definit prin $x_1 = 1$, $x_{n+1} = \sqrt{12+x_n}, n \geq 1$.
a) Sa se arate ca: $0 < x_n < 4, \forall n \geq 1$.
b) Daca $y_n = 4 - x_n, n \geq 1$, sa se arate ca $y_{n+1} < \frac{1}{4}y_n, \forall n \geq 1$.
c) Sa se calculeze: $\lim_{n\to\infty} x_n$.
IV. Fie functia $f : \mathbb{R}\backslash\{\pm1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x(x+2)}{(x-1)(x+1)}$.
a) Sa se reprezinte grafic functia f.
b) Sa se calculeze $\int_2^3, f(x)dx$.
c) Sa se calculeze derivata de ordin n a functiei f pentru $n \in \mathbb{N}$.
V. a) Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definita prin $f(x) = \frac{2x^2+1}{\sqrt{1+x^2}}$. Sa se determine $a, b \in \mathbb{R}$, pentru care functia $F(x) = (ax+b)\sqrt{1+x^2}$ este o primitiva a lui f pe $\mathbb{R}$.
b) Sa se calculeze $\int_0^2 \frac{x-1}{(x+1)^3}dx$
c) Sa se arate ca: $\frac{2}{\sqrt[4]{e}} \leq \int_0^2 e^{x^2-x}dx \leq 2e^2$.