

FACULTATEA DE MATEMATICA SI INFORMATICA  
EXAMEN DE ADMITERE, SESIUNEA SEPTEMBRIE 1998  
DOMENIU DE LICENTA: COLEGIU TEHNOLOGIE INFORMATICA

**PROBA: ANALIZA MATEMATICA**

I. Fie sirul  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  dat de relatia de recurenta  $x_{n+1} = x_n - x_n^3, \forall n \in \mathbb{N}, x_0 \in (0, 1)$ . Sa se arate ca:

1.  $0 < x_n < 1, \forall n \in \mathbb{N}$ .
2. Sirul  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  este monoton.
3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ .

II. Sa se calculeze limitele:

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left( \sqrt{\frac{n+1}{n+2}} - 1 \right)$ .
2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^n \frac{dx}{x^2 + 3x + 2}$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt[3]{3x-2}}{x-1}$ .

III. Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^{4x} - 4e^{2x} + 3$

1. Determinati coordonatele punctelor de intersectie ale graficului lui  $f$  cu axa  $Ox$ .

2. Studiati extremele functiei  $f$ .
3. Sa se calculeze

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n + b^n}{a^{n+1} + b^{n+1}}.$$

Discutie dupa  $a > 0, b > 0$ .

IV. Fie  $f : (-\infty, -2) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2+x+1}{(x+2)^2} e^x$ .

1. Sa se determine asimptotele la graficul functiei  $f$ .
2. Sa se determine numerele reale  $a$  si  $b$  astfel incat functia

$$F : (-\infty, -2) \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = \frac{ax + b}{x + 2} e^x$$

sa fie o primitiva a lui  $f$  pe  $(-\infty, -2)$ .

3. Sa se calculeze  $\int_{-4}^{-3} f(x) dx$ .

V. Fie functia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ .

1. Aratati ca  $f$  este continua pe  $\mathbb{R}$  daca si numai daca  $a = 1$ .
2. Pentru  $a = 1$  aratati ca  $f$  este derivabila pe  $\mathbb{R}$ .
3. Aratati ca functia  $g : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \int_x^{2x} t^2 f(t) dt$  este derivabila si calculati  $g'$ .