

**PROBA: ANALIZA MATEMATICA**

1. Sa se determine  $a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0$  astfel incat

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( a + \frac{n+1}{bn^2 + n + 2} \right)^{n+2} = \frac{1}{e}$$

2. Sa se calculeze:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cos 2x}{x \sin x}$ .

3. Fie  $m \in \mathbb{R}$  si functia  $f : \mathbb{R} \setminus \{m\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2}{x-m}$ , pentru  $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{m\}$ . Sa se determine  $m$  astfel incat  $f$  sa admita dreapta  $x = -1$  ca asimptota si sa se reprezinte grafic  $f$  in acest caz.

4. Fie  $a \in \mathbb{R}$  si functia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  o functie continua in  $a$ . Sa se arate ca functia

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = |x - a| f(x)$$

este derivabila in  $a$  daca si numai daca  $f(a) = 0$ .

5. Fie  $P \in \mathbb{R}[x]$  cu grad  $P = n, n \in \mathbb{N}^*$ . Sa se arate ca:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^x P(t) e^{-t} dt = P(0) + P'(0) + \dots + P^{(n)}(0).$$