

FACULTATEA DE MATEMATICA SI INFORMATICA
EXAMEN DE ADMITERE, SESIUNEA SEPTEMBRIE 1999
DOMENIU DE LICENTA: COLEGIU TEHNOLOGIE INFORMATICA

PROBA: ALGEBRA

I. Sa se rezolve ecuatiile:

- a) $\sqrt[4]{12+x} + \sqrt{6-x} = 4, x \in \mathbb{R}.$
- b) $x(x+1)(x+2)(x+3) = 120, x \in \mathbb{R}.$
- c) $\log_{x^2}(x+6) + \log_x(x^2+6x) = 4, x \in \mathbb{R}.$

II. Fie $A \in M_2(\mathbb{R}), A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}.$

- a) Calculati $A^n, n \in \mathbb{N}.$
- b) Calculati $I_2 + A + A^2 + \dots + A^n, n \in \mathbb{N}.$
- c) Calculati $\det((A + A^t)^n), n \in \mathbb{N}.$

III. Se considera sistemul:

$$\begin{cases} mx - 3y + 4z = 1 \\ 5x + (m-1)y - 4z = 8 \\ x + (m+5)y - 12z = 10 \end{cases},$$

unde $m \in \mathbb{R}.$

- a) Sa se calculeze determinantul sistemului.
 - b) Sa se gaseasca m pentru care sistemul are solutie unica.
 - c) Sa se rezolve sistemul in cazul $m = 0.$
- IV. Fie polinomul $f = 2x^3 - 5x^2 + ax + b \in \mathbb{R}[x]$ cu radacinile $x_1, x_2, x_3.$
- a) Calculati $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$ in functie de a si $b.$
 - b) Aflati $a, b \in \mathbb{R}$ stiind ca polinomul admite radacina $x_1 = 1 + i.$
 - c) Pentru $a = 6$ si $b = -2$ precizati radacina reala a lui $f.$
- V. Fie $a \in \mathbb{Z}.$ Pe \mathbb{Z} se considera legea de compozitie data de:

$$x * y = x + y - axy, \forall x, y \in \mathbb{Z}.$$

- a) Aratati ca legea este asociativa si comutativa.
- b) Aratati ca legea admite element neutru.
- c) Pentru ce valori ale lui $a \in \mathbb{Z}, (\mathbb{Z}, *)$ este grup?