FACULTATEA DE MATEMATICA SI INFORMATICA
EXAMEN DE ADMITERE, SESIUNEA SEPTEMBRIE 1997
DOMENIU DE LICENTA: COLEGIU TEHNOLOGIE INFORMATICA

PROBA: ALGEBRA

1. Fie ecuatia $x^2 + x + a = 0$, $a \in \mathbb{R}$, cu radacinile x_1 si x_2. Sa se arate ca daca $|x_1^2 - x_2^2| = 1$, atunci $|x_1^n - x_2^n| = 1, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 3$.

2. Sa se rezolve ecuatia $|\log_2 x - 1|+|\log_2 x + 1| = |\log_2 x - 3|+|\log_2 x + 3|$.

3. Fie $x \in \mathbb{R}^*$ si $t = x+\frac{1}{x}$. Sa se arate ca pentru orice numar $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$, exista un polinom $P_n \in \mathbb{R}[x]$ cu grad $P_n = n$, astfel incat $x^n + \frac{1}{x^n} = P_n(t)$

4. Fie A$\in M_2(\mathbb{Q})$ astfel incat $\det(A^2 - 3I_2) = 0$. Sa se arate:

a) $A^2 = 3I$;

b) $\det A = -3$.

5. Pentru $x \in \mathbb{R}\setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$, notam

$$A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 \\ x & 0 & 1-x \end{pmatrix}$$

si consideram $G = \left\{A(x) | x \in \mathbb{R}\setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}\right\}$. Sa se arate ca:

a) G este parte stabila a lui $M_3(\mathbb{R})$ in raport cu inmultirea matricelor.

b) Multimea G formeaza grup relativ la operatia de inmultire a matricelor.