FACULTATEA DE MATEMATICA SI INFORMATICA
EXAMEN DE ADMITERE, SESIUNEA SEPTEMBRIE 1996
DOMENIU DE LICENTA: COLEGIU TEHNOLOGIE INFORMATICA

## PROBA: ALGEBRA

1. Se considera ecuatia: $x^3 + px + q = 0$, $q \neq 0$, $p, q \in \mathbb{R}$.

a) Se cere relatia dintre $p$ si $q$ astfel incat radacinile $x_1, x_2, x_3$ ale ecuatiei date sa satisfaca relatia: $x_2 = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_3}$..

b) Utilizand relatia de la punctul a) sa se rezolve ecuatia stiind ca $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -\frac{3}{2}$.

2. Fie $a, b, c$ numere strict pozitive diferite de 1, iar $x, y, z$ numere reale astfel incat $a^x = bc, b^y = ac, c^x = ab$. Aratati ca:

$$xyz - x - y - z = 2.$$

3. Sa se arate ca exista un polinom cu coeficienti reali, $P(x)$, care sa verifice relatia:

$$xP(x+1) + (x+2)P(x+3) = 2x + 10, \quad (\forall)x \in \mathbb{R}.$$

4. Sa se rezolve sistemul:

$$\begin{cases} x_1 + \alpha x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 + x_2 - x_3 = \beta \end{cases}$$

unde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Discutie.

5. Fie $A \in M_2(\mathbb{R})$ si $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Sa se demonstreze ca determinantul matricei $A^2 + I_2$ este mai mare sau egal cu 0.