

**PROBA: GEOMETRIE PLANA SI IN SPATIU,
TRIGONOMETRIE, GEOMETRIE ANALITICA**

1. Consideram triunghiul ABC in care $AB = AC$. Notam $Ab = l, BC = 2a$. Ducem cercul tangent laturilor AB, AC in varfurile B si C .
 - a) Sa se calculeze γ raza cercului in functie de a si l .
 - b) Fie O centrul cercului. Dreapta AO taie cercul in D (interior triunghiului) si in D' . Paralelele din D si D' la BC taie latura AB in E si E' . Sa se arate ca: $\frac{1}{BE} = \frac{1}{a} + \frac{1}{l}$ si $\frac{1}{BE'} = \frac{1}{a} - \frac{1}{l}$.
2. Se da un triunghi ABC si un punct $M \in Int(ABC)$. Dreptele AM, BM, CM intersecteaza laturile opuse in D, E, F . Sa se demonstreze ca

$$\frac{MD}{AD} + \frac{ME}{BE} + \frac{MF}{CF} = 1.$$

3. Intr-o sfera de raza R se inscrie o piramida patrulatera regulata cu unghiul de la varful unei fete laterale de masura α .
 - a) Sa se calculeze in functie α si R , volumul piramidei.
 - b) Sa se determine α astfel incat inaltimea piramidei sa fie egala cu raza sferei.
4. Sa se rezolve ecuatia:

$$m \cos 2x + \cos x + \sin x = 0,$$

sa se discute dupa valorile lui $m \in \mathbb{R}$.

5. Se dau punctele fixe AB si fie O mijlocul segmentului AB . Sa se arate ca locul geometric al punctelor M astfel incat $OM^2 = MA \cdot MB$ este o hiperbola echilaterala.