FACULTATEA DE MATEMATICA SI INFORMATICA
EXAMEN DE ADMITERE, SESIUNEA SEPTEMBRIE 1990
DOMENIU DE LICENTA: MATEMATICA–FIZICA

PROBA: GEOMETRIE PLANA SI IN SPATIU, TRIGONOMETRIE, GEOMETRIE ANALITICA

I. Se considera triunghiul dreptunghic ABC ($m(\hat{A}) = 90^0$) si se noteaza cu a, b, c ($b > c$) ipotenuza, respectiv catetele triunghiului. Fie M si N picioarele medianei, respectiv inaltimii duse din A pe ipotenuza si S_1, S_2, S_3 ariile triunghiurilor AHB, AHM si AMC.

1. Sa se determine marimile S_1, S_2 si S_3.

2. Sa se arate ca daca exista relatiile $S_1S_3 = 2S_2^2$ atunci $m(\hat{B}) = 60^0$.

II. Sa se demonstreze ca o conditie necesara si suficienta ca un triunghi ABC sa fie dreptunghic este ca

$$\sin B \tan B = \frac{b^2}{ac}.$$

III. Se considera tetraedrul $SABC$ in care $SA = 2a$, $SB = SC = a\sqrt{3}$, $AB = AC = a$, iar unghiul dreptei SA cu planul ABC are masura 45^0. Fie M si N respectiv mijloacele muchiilor SA, BC si D proiectia lui S pe planul ABC.

a) Sa se arate ca $BC \perp MN$ si $BC \perp SA$;

b) Sa se arate ca $ABDC$ este patrat;

c) Sa se calculeze aria laterala a tetraedrului considerand ca baza triunghiul ABC.

IV. Sa se rezolve ecuatia

$$\arcsin x + \arcsin x\sqrt{3} = \frac{1}{2}.$$

V. Fie triunghiul isoscel ABC cu $(AB) \equiv (AC)$ si N un punct mobil, $N \in (BC)$. Sa se arate ca pentru orice punct $M \in (AN)$ distantele de la M la (AB) si (AC) sunt proportionale cu distantele de la N la B si C.