

FACULTATEA DE MATEMATICA SI INFORMATICA  
EXAMEN DE ADMITERE, SESIUNEA SEPTEMBRIE 1999  
DOMENIU DE LICENTA: MATEMATICA–INFORMATICA, MATEMATICA,  
MATEMATICA–FIZICA

**PROBA: GEOMETRIE PLANA SI IN SPATIU,  
TRIGONOMETRIE, GEOMETRIE ANALITICA**

I. Se considera triunghiul ascutitunghic  $ABC$  si fie  $E, F$  picioarele inaltimilor din  $B$ , respectiv  $C$  ( $E \in (AC), F \in (AB)$ ),  $K$  intersectia bisectoarei unghiului  $ABE$  cu dreapta  $AC$ ,  $L$  intersectia bisectoarei unghiului  $ACF$  cu dreapta  $AB$  si  $\{I\} = BK \cap CL$ . Sa se arate ca:

- $LK \parallel EF$ ;
- $BK \perp CL$ ;
- $[IE] \equiv [IF]$ .

II. Se considera un romb  $ABCD$  de latura  $l$  pe ale carui laturi se construiesc in exterior patrate.

- Sa se arate ca centrele patratelor determina, un patrat.
- Sa se arate ca diagonalele rombului sunt paralele cu laturile patratului determinat la punctul a).
- In cazul  $\widehat{BAC} = 60^\circ$ , sa se calculeze in functie de  $l$  diagonala patratului de la punctul a).

III. Sa da o piramida  $SABCD$  avand ca baza dreptunghiul  $ABCD$  in care  $AB = 2a, BC = a$  si inaltimea piramidei este  $SA = 2a$ . Fie  $P$  un punct pe muchia  $SC$ . Se cere:

- Sa se calculeze aria totala a piramidei.
- Sa se determine pozitia punctului  $P \in SC$  astfel incat volumul piramidei determinat de un plan ce trece prin  $P$  si este paralel cu baza sa fie de 7 ori mai mic decat volumul trunchiului de piramida ramas.
- Sa se arate ca daca  $P$  este mijlocul muchiei  $SC$ , atunci triunghiul  $PBD$  este isoscel si sa se calculeze aria lui.

IV. a) Sa se rezolve ecuatia  $\cos^4 x - \sin^4 x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

b) Sa se determine  $x$  astfel incat  $\arctan \frac{1}{5} + \arctan x = \frac{\pi}{2}$ .

c) Sa se simplifice expresia

$$E = \frac{\sin a + \sin b - \sin(a + b)}{\sin a + \sin b + \sin(a + b)}, a, b \in \mathbb{R}.$$

V. In sistemul de coordonate  $xOy$  se considera punctele  $A(0, a\sqrt{3})$ ,  $B(-a, 0)$ ,  $C(a, 0)$ ,  $a > 0$ .

a) Sa se arate ca triunghiul  $ABC$  este echilateral.

b) Sa se scrie ecuatia cercului  $\Gamma$  care trece prin  $A$  si  $B$  si are centrul simetricul punctului  $C$  fata de dreapta  $AB$ .

c) Sa se demonstreze ca pentru orice punct  $M$  al cercului  $\Gamma$  se poate construi un triunghi dreptunghic cu laturile  $MA, MB, MC$ .