FACULTATEA DE MATEMATICA SI INFORMATICA
EXAMEN DE ADMITERE, SESIUNEA SEPTEMBRIE 1998
DOMENIU DE LICENTA: MATEMATICA–INFORMATICA,MATEMATICA, MATEMATICA–FIZICA

PROBA: GEOMETRIE PLANA SI IN SPATIU, TRIGONOMETRIE, GEOMETRIE ANALITICA

I. Fie triunghiul echilateral ABC si punctele D si E astfel incat $C \in (BD)$, $A \in (CE)$ si $(DC) = (AE) = (AB)$. Fie $\{F\} = DE \cap AB$. Sa se arate ca $AF = \frac{1}{3}AB$.

II. Pe muchiile AB, BC, CD, DA ale unui tetraedru regulat se iau punctele M, N, P respectiv Q astfel incat $[AM] \equiv [BN] \equiv [CP] \equiv [DQ]$ si se noteaza cu O mijlocul segmentului NQ. Sa se arate ca $NQ \perp (MOP)$. Se presupune ca punctele M, O, P nu sunt colineare.

III. 1. Exprimati $\sin 3x$ in functie de $\sin x$.

2. Aratati ca

$$\sin x + \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} > 0, \forall x \in (0, \infty).$$

IV. 1. Enuntati teorema lui Ceva.

2. Pe laturile BC, CA, AB ale triunghiului ABC se iau punctele D, E respectiv F, D fiind in mijlocul lui BC. Dreptele DE si DF intersecteaza paralela la BC dusa prin A in M, respectiv N. Sa se arate ca daca dreptele AD, MB, NC sunt concurente, atunci $AM = AN$.

V. Se considera in plan xOy si o dreapta d care intersecteaza Ox in $A(a, 0)$ si Oy in $B(0, b)$.

1. Sa se scrie ecuatia mediatoarei d' a segmentului AB.

2. Fie $\{A'\} = Ox \cap d', \{B'\} = Oy \cap d', \{M'\} = d \cap d'$. Sa se scrie ecuatia cercului C_1 care trece prin A, M si B' si a cercului C_2 care trece prin B, M si A'.

3. Care este locul geometric al centrului cercului C_2 daca punctul B este fix iar A descrie axa Ox?