

FACULTATEA DE MATEMATICA SI INFORMATICA  
EXAMEN DE ADMITERE, SESIUNEA SEPTEMBRIE 1996  
DOMENIU DE LICENTA: MATEMATICA–INFORMATICA, MATEMATICA,  
MATEMATICA–FIZICA

**PROBA: GEOMETRIE PLANA SI IN SPATIU,  
TRIGONOMETRIE, GEOMETRIE ANALITICA**

1. Fie paralelogramul  $ABCD$ . Sa se arate ca daca exista un punct  $M$  in plan astfel incat  $MA^2 + MC^2 = MB^2 + MD^2$ , atunci pentru orice punct  $P$  din plan este adevarata egalitatea  $PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$ .

2. Fie patrulaterul convex  $ABCD$  si  $G_1, G_2, G_3, G_4$  centrele de greutate ale triunghiurilor  $ABC, BCD, CDA, DAB$ .

a) Sa se arate ca  $ABCD$  este inscriptibil daca si numai daca punctele  $G_1, G_2, G_3$  si  $G_4$  sunt conciclice.

b) Sa se determine raportul dintre aria lui  $ABCD$  si aria patrulaterului determinat de  $G_1, G_2, G_3, G_4$ .

3. Sa se arate ca in orice triunghi  $ABC$  au loc inegalitatile:

a)  $\sin \frac{A}{2} \leq \frac{a}{2\sqrt{bc}}$ .

b)  $\sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2} \leq \frac{1}{8}$ .

c)  $R \geq 2r$ .

4. Sa se rezolve ecuatia  $\sin^3 x + \cos^3 x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

5. Se considera drepte perpendiculare  $d$  si  $d'$ ,  $A \in d$  punct fix,  $M \in d'$  punct variabil. Aflati locul geometric al punctului de intersectie dintre mediatoarea lui  $AN$  si dreapta dusa prin  $M$  paralela cu  $d$ .