FACULTATEA DE MATEMATICA SI INFORMATICA
EXAMEN DE ADMITERE, SESIUNEA SEPTEMBRIE 1992
DOMENIU DE LICENTA: MATEMATICA–INFORMATICA

PROBA: ANALIZA MATEMATICA

1. Fie sirul

$$a_n = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + ... + \frac{1}{(n-1) \cdot (n+1)}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

Sa se calculeze $\lim_{n \to \infty} a_n$.

2. Fie $f(x) = \frac{x^2+\alpha x+\beta}{x-1}$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

a) Sa se determine α, β astfel incat f sa aiba extrem in $M(0,1)$.

b) Sa se reprezinte grafic functia $y = f'(x)$ cu α, β determinate mai sus.

c) Sa se determine volumul corpului obtinut prin rotirea in jurul axei Ox a arcului de curba corespunzator functiei $g(x) = y(x) - 1$ unde $x \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$.

3. Sa se determine numerele reale A, B, C astfel incat

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx = Af\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + Bf(0) + Cf\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right),$$

pentru orice functie polinomiala reala f de grad cel mult trei.

4. Consideram functia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data de

$$f(x) = \begin{cases} \cos\frac{1}{x}, & daca\ x \neq 0 \\ \frac{1}{2}, & daca\ x = 0 \end{cases}.$$

Sa se arate ca functia f nu poseda primitive pe $\mathbb{R}$.

5. Sa se demonstreze ca:

$$\frac{x}{1+x^2} < \arctan x, \forall x \in (0, \infty).$$