

FACULTATEA DE MATEMATICA SI INFORMATICA
EXAMEN DE ADMITERE, SESIUNEA SEPTEMBRIE 1993
DOMENIU DE LICENTA: MATEMATICA-INFORMATICA, MATEMATICA-FIZICA

PROBA: ANALIZA MATEMATICA

I. Sa se determine constantele $a, b \in \mathbb{R}$ astfel incat

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & \text{daca } x \leq 2 \\ ax + b & \text{daca } x > 2 \end{cases},$$

sa fie continua pe \mathbb{R} si in plus sa existe $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(x)}{x-2}$.

II. a) Sa se studieze convergenta sirului

$$a_n = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\dots\left(1 - \frac{1}{n^2}\right), n \geq 2.$$

b) Sa se calculeze limita:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{\frac{1}{n}} + 2^{\frac{2}{n}} + \dots + 2^{\frac{n}{n}}}{n}.$$

III. Sa se reprezinte grafic functia $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 \ln x$.

IV. Se da functia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{a^2+1}{x^2+1}$, unde $a \geq 0$.

a) Sa se arate ca $\forall a \in \mathbb{R}$ graficul functiei are o singura asimptota.

b) Sa se calculeze

$$\lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{a} \int_0^a f(x) dx.$$

V. Sa se calculeze:

$$\int_0^1 \left| x - \frac{1}{2} \right| e^x dx.$$