

FACULTATEA DE MATEMATICA SI INFORMATICA
EXAMEN DE ADMITERE, SESIUNEA SEPTEMBRIE 1992
DOMENIU DE LICENTA: MATEMATICA-INFORMATICA

PROBA: ALGEBRA

1. Fie $f \in \mathbb{R}[x]$ un polinom de gradul cel puțin trei, astfel încât restul împărțirii lui f la $(x + 1)$ este 2 și $xf(x) - (x - 1)f(x + 3) = x + 5$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$. Să se determine restul împărțirii lui f la $x^2 - x - 2$.

2. Să se rezolve inecuația:

$$\log_x 3 \log_{3x} 3 \geq \log_{9x} 3.$$

3. Se considera matricea: $A = \begin{pmatrix} a & a & b \\ 0 & a & a \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$, unde $a, b \in \mathbb{R}$. Să se calculeze A^n , $n \in \mathbb{N}$.

4. Să se calculeze determinantul $\Delta = \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$ în două moduri și să se arate că

$$a^3 + b^3 + c^3 = (a + b + c)^3 - 3(a + b + c)(ab + bc + ac) + 3abc$$

În acest caz să se rezolve sistemul:
$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 14 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 36 \end{cases}.$$

5. Fie (G, \perp) și (G, T) două structuri de grup definite pe aceeași mulțime. Dacă legile de compoziție " \perp " și " T " au același element neutru și $x \perp y = (xTx)T(xTy)$, pentru orice $x, y \in G$, atunci:

- $x \perp y = xTy$, pentru orice $x, y \in G$;
- $x \perp y = y \perp x$, pentru orice $x, y \in G$.