FACULTATEA DE MATEMATICA SI INFORMATICA
EXAMEN DE ADMITERE, SESIUNEA SEPTEMBRIE 1990
DOMENIU DE LICENTA: MATEMATICA–FIZICA

PROBA: ALGEBRA SI ANALIZA MATEMATICA

I. Sa se determine coeficientii reali a si b pentru ca polinomul $P(x) = ax^4 + bx^3 - 3$ sa se divida cu $(x-1)^2$.

II. Sa se determine m, n, p astfel incat in dezvoltarea

$$\left(x^m + \frac{1}{x^p}\right)^n,$$

termenii de rang 12 si 24 sa contina pe x respectiv x^2 si mai mult, aceasta dezvoltare sa aiba termen liber.

III. Se considera functia $f(x) = \frac{x^3-4x+1}{x^2-4} - ax - b$, $a, b \in \mathbb{R}$. Se cere:

a) Sa se determine a si b astfel ca $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$.

b) Sa se reprezinte grafic functia $f(x)$ pentru $a = 1, b = 0$;

c) Sa se calculeze aria domeniului marginit de dreptele $x = 4, x = 6, y = 0$ si graficul functiei f de la punctul b).

d) Care este axa de simetrie a graficului? Motivati.

IV. Fie a un numar real si $x_1 = a$,

$$x_{x+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{a}{x_n}\right), n \in \mathbb{N}, n \geq 1.$$

Sa se studieze convergenta sirului $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

V. Se considera matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{R}$.

1. Sa se arate ca A^n este de forma $A^n = \begin{pmatrix} 1 & na & \alpha_n \\ 0 & 1 & na \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ unde $(\alpha_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este un sir de numere reale definit de relatia de recurenta

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + na^2 + b, n \geq 1$$

unde $\alpha_1 = b$.

2. Sa se determine expresia termenului general α_n in functie de n, a si b.