



## A patra ediție a Concursului de Matematică ANUL I, Domeniul Informatică

**Problema 1.** Testați convergența seriilor

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{n}}$ ;

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n n!}{n^n}, a > 0.$

**Problema 2.** Demonstrați că există o infinitate de numere naturale  $n$  pentru care toate numerele  $C_n^0, C_n^1, C_n^2, \dots, C_n^n$  sunt impare.

**Problema 3.** Fie  $V$  un spațiu vectorial peste  $\mathbb{R}$ . Să se arate că vectorii  $e_1, e_2, e_3$  sunt liniari independenți dacă și numai dacă vectorii  $f_1 = e_1, f_2 = e_1 + e_2, f_3 = e_1 + e_2 + e_3$  sunt liniari independenți.

**Problema 4.** Să se construiască o funcție bijectivă  $f : [0, 1] \rightarrow (0, 1]$ . Există  $g : [0, 1] \rightarrow (0, 1]$  bijectivă și continuă? Argumentați răspunsul.

**Notă: Timp de lucru: 3 ore. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.**