

Examen de obținere a gradului didactic II

Test din metodică specialității

SUBIECTE:

1. Elaborați un proiect didactic pentru lecția de predare “*Divizibilitatea numerelor naturale: criterii de divizibilitate cu 2, 3, 5, 9 și 10*” (definiții, exemple, contraexemple, iar pentru teoremele prezentate în cadrul lecției se vor scrie demonstrațiile complete).

2. Exemplificați fundamentarea noilor cunoștințe prin rezolvarea următoarelor exerciții și probleme:

1. Pentru $a, b, c \in \mathbb{R}^*$, se consideră sistemul:

$$\begin{cases} ax + by + cz = b \\ cx + ay + bz = a \\ bx + cy + az = c. \end{cases}$$

(a) Arătați că determinantul sistemului este $\Delta = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc)$.

(b) Rezolvați sistemul în cazul în care este compatibil determinat.

(c) Știind că $a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc = 0$, arătați că sistemul are o infinitate de soluții (x, y, z) , astfel încât $x^2 + y^2 = z - 1$.

2. Triunghiul ABC are $m(\hat{A}) = 105^\circ$, $m(\hat{B}) = 45^\circ$ și $\|AB\| = 3\sqrt{2}$ cm. Aflați lungimile celorlalte două laturi ale triunghiului precum și măsura înălțimii AD .

3. Pentru evaluarea finală a cunoștințelor de clasa aXIIa, respectiv clasa aXa, elevii primesc următoarele subiecte:

1. Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = |\sin nx|$ și numerele

$$I_n = \int_{\pi}^{2\pi} \frac{f_n(x)}{x} dx.$$

(a) Calculați $\int_0^{\pi} f_2(x) dx$.

(b) Arătați că $I_n \leq \ln 2$.

(c) Arătați că $I_n \geq \frac{2}{\pi} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \right)$.

-
2. Determinați termenul din dezvoltarea binomului $\left(\sqrt{\frac{x}{\sqrt[3]{y}}} + \sqrt{\frac{y}{\sqrt{x}}}\right)^{17}$ în care x și y au exponenții egali.

Elaborați un barem de notare rezolvând complet cele două probleme.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă din oficiu 10 puncte. Timpul de lucru efectiv este de 3 ore. La toate subiectele se cer rezolvări complete.

Membrii comisiei:

Lect.univ.dr. Florin Gabriel Iorgulescu - Presedinte comisie
Lect.univ.dr. Denis Ibadula

Examen de obținere a gradului didactic II

Test din metodică specialității

SUBIECTE:

1. Elaborati un proiect didactic pentru lecția de predare “*Construcția inelului claselor de resturi mod n* ” (definiții, exemple, contraexemple, pentru teoremele prezentate în cadrul lecției se vor scrie demonstrațiile complete).

2. Exemplificați fundamentarea noilor cunoștințe prin rezolvarea următoarelor exerciții și probleme:

1. Fie $a \in \mathbb{R}^*$ și funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{ax+1}{x^2+1}$.

(a) Arătați că f are două puncte de extrem și anume, un punct de minim și unul de maxim.

(b) Fie m minimul lui f și M maximul lui f . Calculați $S = m + M$.

2. O piramidă triunghiulară regulată $SABC$ are latura bazei de lungime a și fețele laterale triunghiuri dreptunghice în S .

(a) Să se calculeze volumul piramidei.

(b) Fie D și E mijloacele muchiilor SA și BC . Să se calculeze $\|DE\|$ și măsura unghiului \widehat{DEC} .

3. Pentru evaluarea finală a cunoștințelor de clasa aXIa elevii primesc următorul subiect:

Fie $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_2)$ mulțimea matricelor pătratice de ordinul al doilea având elementele în \mathbb{Z}_2 .

a) Determinați numărul elementelor acestei mulțimi.

b) Arătați că ecuația $X^2 = \mathcal{O}_2$ are patru soluții în $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_2)$.

c) Aflați matricele din $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_2)$ care sunt inversabile.

d) Găsiți două matrice $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_2)$ astfel încât $AB \neq BA$.

e) Arătați că există cel puțin o matrice $C \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_2)$ astfel încât $C \neq I_2$ și $C^3 = I_2$.

Elaborați un barem de notare rezolvând complet problema.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă din oficiu 10 puncte. Timpul de lucru efectiv este de 3 ore. La toate subiectele se cer rezolvări complete.

Membrii comisiei:

Lect.univ.dr. Florin Gabriel Iorgulescu - Presedinte comisie
Lect.univ.dr. Denis Ibadula

Examen de obținere a gradului didactic II

Test din metodică specialității

SUBIECTE:

Subiectul 1. Elaborați un proiect didactic pentru lecția de predare “*Multimea numerelor complexe*” (definiții, exemple, contraexemple, pentru teoremele prezentate în cadrul lecției se vor scrie demonstrațiile complete).

Subiectul 2. Exemplificați fundamentarea noilor cunoștințe prin rezolvarea următoarelor exerciții și probleme:

1. Se consideră $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x \ln \frac{1}{x} + (1-x) \ln \frac{1}{1-x} & , x \in (0, 1) \\ 0 & , x \in \{0, 1\} \end{cases} .$$

- Arătați că f este continuă pe $[0, 1]$.
- Studiați monotonia funcției f .
- Demonstrați că oricare ar fi $a, b \in (0, 1)$ și $a + b = 1$ are loc inegalitatea

$$a \ln \frac{1}{a} + b \ln \frac{1}{b} \leq \ln 2.$$

2. Fie O punctul de intersecție al mediatoarelor unui triunghi ABC și M un punct nesituat în planul (ABC) . Să se arate că $OM \perp (ABC)$ dacă și numai dacă $|AM| \equiv |BM| \equiv |CM|$.

Subiectul 3. Pentru evaluarea finală a cunoștințelor de clasa aXIa elevii primesc următorul subiect:

Se consideră matricele

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

- Arătați că $A^4 = B^3$.
- Demonstrați că $(AB)^n \neq I_2, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- Determinați matricea X , având elementele în \mathbb{R} , cu proprietatea $AX + XB = I_2$. Elaborați un barem de notare rezolvând complet problema.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă din oficiu 10 puncte. Timpul de lucru efectiv este de 3 ore. La toate subiectele se cer rezolvări complete.

Membrii comisiei:

Lect.univ.dr. Florin Gabriel Iorgulescu - Presedinte comisie
Lect.univ.dr. Denis Ibadula