

EXAMEN DE DEFINITIVAT

I. Subiect de specialitate (45 puncte)

1.

(a) Să se arate că ecuația $x^6 - 6x^4 + 9x^2 - 40 = 0$ nu are soluții în numere întregi.

(b) Să se arate că numărul $\sqrt[3]{\sqrt{10} + 3} + \sqrt[3]{\sqrt{10} - 3}$ este irațional.

2. Să se determine numerele naturale b pentru care sistemul de ecuații

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x^2 + by^2 = 32, \end{cases}$$

are soluții în $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

3. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = a$, $BC = b$ și $AA' = c$. Se notează cu α, β, γ unghiurile pe care le formează $A'C$ cu planele (ABC) , (BCC') și (DCC') .

(a) Exprimați $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{tg} \beta$, $\operatorname{tg} \gamma$ în funcție de a, b, c .

(b) Calculați minimumul expresiei

$$\frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta} + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \gamma}$$

și demonstrați că acest minim se atinge atunci și numai atunci când paralelipipedul este cub.

II. Subiect de didactica specialității (45 puncte)

1. Exemplificați metoda reducerii la absurd în trei tipuri de probleme.

2. Enumerați trei greșeli frecvente pe care le fac elevii la rezolvarea ecuațiilor iraționale.

3. Realizați un chestionar (cu 5 întrebări) adresat elevilor pentru a cunoaște opinia lor despre teme pentru acasă pe care le-au primit în semestrul I.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă din oficiu 10 puncte. Nota finală se calculează astfel: suma punctajelor obținute la cele două subiecte, I și II, se adună cu cele 10 puncte din oficiu și rezultatul se împarte la 10.

Timp de lucru: 3 ore.

Președinte de comisie: